

Les forces

I. Cinématique

C'est l'étude du mouvement sans tenir compte des causes ni des effets.

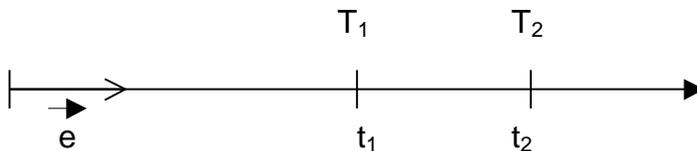
A. Relativité du mouvement

1) Référentiel temps

à Les chronomètres (ou horloges) indiquent le temps :

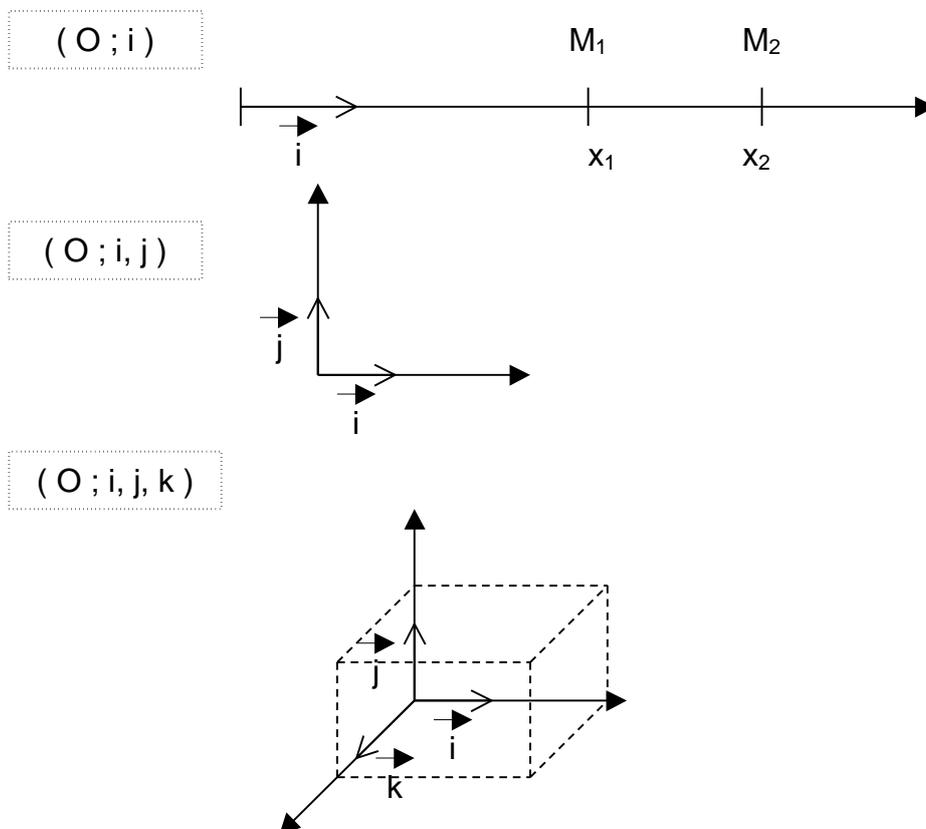
D'où $OT_1 = t_1 \cdot e$ et $OT_2 - OT_1 = (t_2 - t_1)e = \zeta t e$ (valeurs vectorielles)

2) Référentiel position



3) Trajectoire

Dans les dimensions de l'espace en fonction de t



B. Vitesse

Vitesse moyenne :

$$V_m = \zeta l / \zeta t$$

Vitesse instantanée :

On prend deux points très proches A_1 et A_2 aux temps t_1 et t_2 :

$$v_i = A_1 A_2 / (t_2 - t_1) = [A(t_1 + \zeta t) - A(t_1)] / \zeta t$$

Fonction v :

$$v(t) = dOM / dt$$

$$\text{è } v(t) = dx/dt i + dy/dt j + dz/dt k = v_x i + v_y j + v_z k$$

è v est toujours tangente à la trajectoire et dans le sens du mouvement.

C. Accélération

Accélération moyenne :

$$\acute{O}_m = \zeta V(t) / \zeta t$$

Accélération instantanée :

$$\acute{O}_i = dV(t) / dt$$

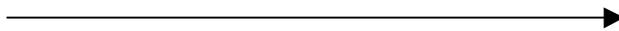
$$\acute{O}(t) = dV(t) / dt = d^2OM(t) / dt^2$$

$$\text{è } \acute{O}(t) = \acute{O}_x i + \acute{O}_y j + \acute{O}_z k$$

D. Types de mouvements

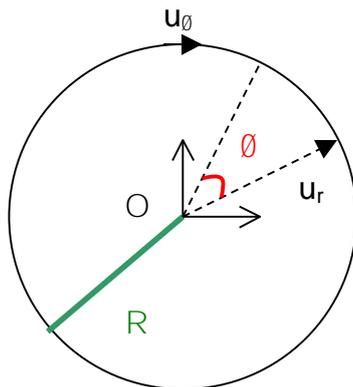
1) Mouvement rectiligne

$$OM = x(t) i \text{ è } v(t) = dx/dt i \text{ è } \acute{O}(t) = d^2x/dt^2 i$$



2) Mouvement circulaire

$$OM(t) = x(t) i + y(t) j = R u_r \text{ où } u_r = \cos(\theta) i + \sin(\theta) j$$



$$\text{è } v(t) = R du_r/dt = R [- \sin(\theta) i + \cos(\theta) j]$$

$$\text{è } \acute{O}(t) = R [- \cos(\theta) i - \sin(\theta) j] = R (- u_r)$$

$$V(t) = R * \acute{\theta}(t) * u_{\theta}$$

Vitesse :

$$\text{è } \acute{\theta}(t) = d\theta(t) / dt \text{ , on appelle è la vitesse angulaire.}$$

T est la période du mouvement, c'est le temps mis pour faire un tour complet du cercle. La fréquence est $\dot{\gamma} = 1 / T$.

Lorsque $V = \text{cte}$, alors $\dot{\epsilon} = \text{cte}$, et on a $\dot{\epsilon} = 2\dot{\alpha} / T$.

Accélération :

$$\dot{O} = \dot{O}_N * u_{\theta} + \dot{O}_T * u_r$$

\dot{O}_N est l'accélération normale

$$\dot{O}_N = -R\dot{\epsilon}^2$$

\dot{O}_T est l'accélération angulaire (ici c'est la même que l'accélération tangentielle)

$$\dot{O}_T = d^2[\theta(t)] / dt^2$$

II Dynamique

On définit un objet en dynamique par sa forme géométrique (volume, géométrie) et par sa masse (constituants chimiques, densité).

$$\rho = m / V$$

1. Quantité de mouvement

On appelle le vecteur p la quantité de mouvement, tel que :

$$p = m * V$$

Pour avoir un mouvement, il faut faire varier sa vitesse, sa quantité de mouvement va donc varier. On l'appelle l'impulsion :

$$\zeta p = m * \zeta V \dot{\epsilon} \text{ pour une petite variation : } dp = m * dV$$

En la faisant varier par rapport au temps, on obtient :

$$dp/dt = m * dV/dt = m * \dot{O} = f$$

2. Forces

On ne peut estimer une force que d'après ses effets. Il y a deux types d'effets :

- Z Effet statique : déformation (ex : pression d'une balle de caoutchouc ...)
- Z Effet dynamique : déplacement (ex : pousser un objet ...)

Pour un objet de masse m au repos, la force doit être appliquée dans le sens du déplacement et doit être proportionnelle à la masse.

Premier principe de Newton ou principe d'inertie : "Tout corps soumis à un ensemble de forces dont la résultante est nulle est soit au repos, soit en mouvement, rectiligne et uniforme."

$$\dot{\sum} F_{\text{ext}} = 0 \dot{\circ} \zeta V = 0 (V = \text{cte} \text{ ou } V = 0)$$

Le corps est dit alors libre et est rapporté à un référentiel Galiléen.

Deuxième principe de Newton : "La variation de vitesse est proportionnelle à la force appliquée et le facteur de proportionnalité de la masse."



$$\vec{\Sigma} F_{\text{ext}} = m \cdot \vec{0}$$

C'est la relation fondamentale de la dynamique.

Un corps possédant une masse, dans un référentiel Galiléen, est caractérisé non seulement par ses propriétés d'inertie, mais aussi par la propriété d'exercer sur tout autre corps pesant assez proche une interaction attractive appelée interaction de gravitation.

Principe d'action et de réaction : "Si un corps 1 exerce sur un corps 2 une force F_{12} , le second corps réagit sur le premier avec une force F_{21} égale en module à F_{12} et de signe opposé."

$$\vec{F}_{12} = - \vec{F}_{21}$$

Gravitation :

Pour un corps de masse m_1 et un corps de masse m_2 séparés par la distance R :

$$F = Gm_1m_2 / R^2$$

G est la constante de gravitation est $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$

C. Équilibre d'un solide

Un point est dit en équilibre lorsque la résultante des forces qui lui sont appliquées est nulle : $R = \vec{\Sigma} F_{\text{ext}} = 0$.

On dit alors que l'on a un équilibre translationnel.

Moment d'une force :

Le moment d'une force f_1 en A sur un objet de centre O est donné par :

$$M_{f_1/O} = OA \wedge f_1$$

Soit $F = \vec{\Sigma} F_{e_i} = f_1 + f_2$:

$$M_{F/O} = OA \wedge f_1 + OB \wedge f_2 = (OA - OB) \wedge f_1 = BA \wedge f_1 \text{ (vecteurs)}$$

Pour un équilibre rotationnel, on a $M_{F/O} = 0$.

Moment cinétique :

Le moment cinétique d'un objet de centre O est donné par :

$$L_{/O} = OA \wedge mV$$

Théorème du mouvement cinétique : La variation du moment cinétique par rapport au temps est égale à la somme des moments des forces.

$$dL_{/O} / dt = M_{F/O}$$

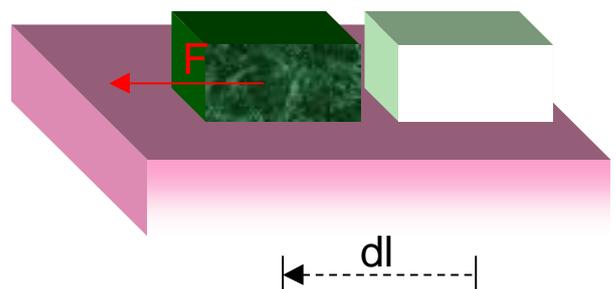
D. Énergies

1) Travail d'une force

Pour déplacer un objet, on doit lui fournir un travail. Ainsi pour se déplacer d'une distance dl grâce à une force F :

$$\hat{O}W = F \cdot dl$$

2) Énergie potentielle



La réserve d'énergie que possède une masse élevée à une certaine hauteur, ou celle que possède un ressort tendu ou comprimé est appelée l'énergie potentielle.

Pour un déplacement dans une seule dimension :

$$W = \int_A^B F dl = F * (x_B - x_A)$$

Le travail ne dépend que de la force et des points A et B, soit de l'état final et initial. La travail ne dépend pas du chemin suivi.

Ou aussi : $F = -\text{grad } E_P$

$$\text{Ex : } \vec{F} = mg * \vec{u}_R \rightarrow$$

$$\text{Alors } F = - \text{grad } E_P = - \partial E_P / \partial r * u_R \Rightarrow dE_P = mg * dr \Rightarrow E_{Pf} - E_{Pi} = mg(r_f - r_i)$$

3) Énergie cinétique

$$F = m \dot{v} \Rightarrow dW = F \cdot dl = m \dot{v} dl$$

$$\Rightarrow W = \int m \dot{v} dl = \int m * dv/dt * dl/dt * dt = \int m v dv = mV^2/2$$

$$E_C = mv^2/2$$

Ç E_C est la travail de toutes les forces entre les temps i et f.

$$\text{Ainsi } \int E_C = E_{Cf} - E_{Ci} = W$$

4) Énergie totale

C'est la somme des énergies potentielles, cinétiques et des forces de frottement.

Principe de conservation de l'énergie :

$$E_C(A) + E_P(A) = E_C(B) + E_P(B)$$

5) Notion de champ

Un champ scalaire est la donnée en tout point de l'espace de la valeur d'une fonction. Ex : champ de température, pression, concentration, densité, etc ...

Un champ vectoriel est la donnée en tout point de l'espace d'un vecteur caractérisant une fonction.

$$\text{Ex : } \vec{g} = - \text{grad } E_P = m \dot{v} \Rightarrow \dot{v} = - \text{grad } V(r) \Rightarrow E_P = m * V(r)$$

$V(r)$ est le potentiel gravitationnel et $V(r) = - Gm/r$.

Un système tend à minimiser son état d'énergie potentielle, alors il faut rendre $1/r$ maximum donc minimiser r \Rightarrow ici, interaction attractive.

III. Électrostatique

A. Loi de Coulomb

Lorsque l'on frotte un morceau de plastique sur du tissu, celui-ci attire la poussière.

è Existence d'une nouvelle force

Le frottement signifie en fait la perte d'électrons ; ce qui signifie qu'il y a un changement de charge et que cette force vient de ce changement.

à Dans l'exemple : le plastique devient positif et le tissu devient négatif

è Conservation de la charge générale

Pour un atome neutre, $Q = 0$.

Pour un ion, $Q = (n_e - n_p) * e$

(n_e et n_p , nombre d'électrons et de protons, e , charge élémentaire)

Loi de Coulomb :

$$F = Q_1 Q_2 / 4\epsilon_0 r^2 = K Q_1 Q_2 / r^2$$

ϵ_0 est la permittivité du vide et $\epsilon_0 = 8,854 * 10^{-12}$ SI

$K = 9 * 10^9$ N.m².C⁻²

Q_1 et Q_2 sont les charges de (1) et (2) en C

R est la distance entre (1) et (2) en m

Lorsque $Q_1 = Q_2$ è la force de Coulomb est répulsive.

Lorsque $Q_1 = -Q_2$ è la force de Coulomb est attractive.

B. Le champ électrique

Une charge ponctuelle Q crée un champ appelé champ électrique E :

$$E(i) = KQ * u_R$$

à Une charge q entrant dans ce champ subit :

$$F(i) = q * E(i) = qKQ / r^2 * u_R$$

C. Potentiel électrostatique

Potentiel électrostatique : $V(r)$

$$E(i) = - \text{grad } V(r) = - \dot{V}(r) / r * u_R$$

è Pour une charge ponctuelle :

$$V(r) = \int dV(r) = \int E(r)dr = KQ / r$$

D. Énergie potentielle

$$E_P = q * V(r) = q * Q * K / r$$

E. Dipôle électrique

Un dipôle est constitué de deux charges de même module et de signes opposés, à une distance d .

Le moment dipolaire électrique est défini par :

$$p = d.q$$



Action d'un champ externe :

Lorsqu'un dipôle électrique subit l'action d'un champ externe E , les deux charges du dipôle sont soumises à des forces de sens opposés qui tendent à aligner

le moment dipolaire électrique avec le champ E. Le dipôle est soumis à un couple de forces de mouvement :

$$E_P = q \zeta V = - p \cdot E$$

F. Moment dipolaire

⊖ Moment dipolaire nul :

- ⊆ Les atomes neutres et isolés
- ⊆ Les molécules symétriques (ex : H₂, O₂, CO₂ ...)

Moment dipolaire permanent :

- ⊆ Les molécules dont le barycentre des charges n'est pas nul (ex : HCl, H₂O)

Moment dipolaire induit :

Sous l'effet d'un champ électrique, des atomes dépourvus de moment dipolaire peuvent acquérir un moment dipolaire induit. Celui-ci est proportionnel au champ électrique et dépend des molécules en question.

$$p = \tilde{N} * \tilde{O}_0 * E$$

\tilde{N} est la polarisabilité de la molécule



V. Interactions électrostatiques

A. Interaction entre deux charges

L'énergie potentielle d'interaction entre deux charges q et Q est :

$$E_P(r) = q.V(r) = qQ / 4\pi \tilde{O}_0 r$$

B. Interaction entre une charge et un dipôle

Une charge Q crée un champ électrique E au point où se trouve le dipôle/
L'énergie potentielle d'interaction est :

$$E_P = q \zeta V = -p.E = - p.Q / 4\pi \tilde{O}_0 r^2$$

C. Interaction entre deux dipôles

Deux dipôles p₁ et p₂, faisant respectivement des angles θ_1 et θ_2 avec le vecteur r les reliant, ont une énergie potentielle d'interaction :

$$E_P = - p_1 \cdot E_2 = - p_1 / 4\pi \tilde{O}_0 * (3 (p_2 u_r) u_r / r^3 - p_2 / r^3) = - p_1 p_2 / 4\pi \tilde{O}_0 r^3 * (3 \cos\theta_1 \cos\theta_2 - \cos(\theta_1 + \theta_2))$$

VI. Interactions de Van der Waals

Les interactions de Van der Waals sont répulsives lorsque la distance entre deux molécules est assez faible car elles s'opposent à l'interpénétration des nuages électroniques. En revanche elles sont attractives lorsque cette distance est

suffisante. On attribue la partie attractive à 3 types d'interactions mettant en cause des dipôles permanents ou induits.

- q Forces de Keesom entre molécules polaires
- q Forces de Debye entre molécules polaires et polarisables
- q Forces moyennes de London entre dipôles induits instantanément et molécules apolaires

(voir le cour de Xavier Assfeld pour plus de précisions)

L'énergie totale d'interaction entre deux molécules présentant entre elles des interactions de Van der Waals est assez bien décrite par le potentiel de Lennard-Jones :

$$E_P = - k_1/r^6 + k_2/r^{12}$$

à r_0 , les forces attractives et répulsives s'annulent $\Rightarrow dE_P(r) / dr = 0$

à Un champ induira une vibration (plus une résonance si elle coïncide avec son énergie cinétique) : $\nu = (k / m)^{1/2}$

VII Liaisons hydrogènes

L'interaction de type Keesom entre deux molécules polaires devient très importante lorsqu'elle implique des atomes d'hydrogène, car l'hydrogène, en raison de sa petite taille, interagit avec les atomes électronégatifs d'autres molécules. Cette interaction est à l'origine de la liaison hydrogène. Celle-ci explique la structure tétraédrique de la glace qui confère une faible compacité à l'eau solide.

Les liaisons hydrogènes jouent également un rôle important dans la structure spatiale des grandes molécules organiques. On trouve, par exemple, dans l'ADN une double hélice formée d'une alternance de sucres et de phosphates. Chaque sucre possède un groupement latéral qui intervient dans la formation d'une liaison hydrogène : les deux torons de la double hélice sont ainsi pontés par des liaisons hydrogènes.